EXERCICE N° 1

1) a) Résoudre dans IR, l'équation : $x^2 - 3x + 2 = 0$.

b) En déduire la résolution de l'équation : $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0$

2) Soit l'équation (E) : $x^2 - \sqrt{3}\,x - 2 = 0$

a) Sans calculer le discriminant Δ, montrer que (E) admet deux racines distinctes x' et x''.

b) Sans calculer les racines x' et x'', calculer l'expression suivante : F = $x'^2 + x'x'' + x''^2$.

EXERCICE N°2

Résoudre dans IR les équations suivantes :

1) $\left|x^2 - 3x + 2\right| + \left|x\right| = 2$

2) $\sqrt{x-3} = x + 1$

3) $\dfrac{x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2} = 0$

EXERCICE N°3

Soit l'équation dans IR, (E_m) : $(m - 2)\,x^2 + 2(m + 1)\,x + 5m + 5 = 0$

Étudier suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de cette équation.

EXERCICE N°4

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormal et A, B, C les points de coordonnées respectives (-2, 3), (7, 0), (2, -5)

1) Soit D le projeté orthogonal du point B sur la droite (AC) et H l'orthocentre du triangle ABC.

a) Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ est non nul, donc il existe un nombre k tel que $\overrightarrow{AD} = k\,\overrightarrow{AC}$.
Exprimer les coordonnées du point D en fonction de k.

b) Déterminer k, puis calculer les coordonnées du point D.

c) Utiliser, d'une part, l'alignement des points B, D, H et d'autre part, l'orthogonalité des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CH}$ pour calculer les coordonnées du point H.

2. Soit E le projeté orthogonal du point H sur la droite (BC) et F l'image du point H par la symétrie d'axe (BC). Calculer les coordonnées des points E et F.
3. On note (x, y) les coordonnées du centre I du cercle circonscrit au triangle ABC.
   a- Exprimer AI^2, BI^2 et CI^2 en fonction de x et y.
   b- Déterminer les coordonnées du point I.

Montrer que le point F est sur le cercle circonscrit au triangle ABC

EXERCICE N°5

Soit le trinôme $A = ax^2 + 3x - 5$

1. a- Trouver une valeur du réel a pour laquelle l'équation A = 0 admet 1 comme solution.
   b- En déduire l'autre solution.
   c- Factoriser A
   d- Étudier le signe de A
2. Trouver, les réels a pour que l'équation A = 0 admet deux solutions distinctes et de signes contraires.

EXERCICE N°6

Le cercle ζ est de centre O et de rayon 1.

On trace une corde [PM] de longueur 2a (0 < a < 1), puis on marque le point I, milieu de [PM], et le point L, comme indiqué sur la figure (le triangle LPM est donc isocèle en L).

On pose x = LP = LM.

1) Montrer que $\left(\frac{x^2-2}{2}\right)^2 + a^2 = 1 \qquad (E)$

2) Pour quelle valeur de a, x = 2a est une racine de (E).

3) On prend $a = \frac{\sqrt{15}}{8}$. Résoudre l'équation (E).